

四庫全書

子部

欽定四庫全書

御製數理精蘊下編卷三十六

末部六

借根方比例

體類

體類

設如有扁方體高十八尺若將體積加六倍則高與長闊皆相等問長闊之各一邊及體積幾何

體一八方
面一平方
邊一根

法借一根為長闊之各一邊數以一根自乘得一平方為扁方體之面積再以高十八尺乘之得十八平方為扁方體之體積又以一根與一平方相乘得一立方為扁方體積之六倍乃以扁方體之體積十八平方六因之得一百零八

邊一根

面一旁

體一八旁

一旁 ———— 一〇八旁

一根 ———— 一〇八

平方是為一立方與一百零八平方相等兩邊各降二位得一根與一百零八尺相等即扁方體之長闊各一邊數也以一百零八尺自乘得一萬一千六百六十四尺再以十八尺乘之得二十萬零九千九百五十二尺為扁方體積六因之得一百二十五萬九千七百一十二尺與每邊一百零八尺自乘再乘之立方積相等此扁方體邊線比例法也

蓋兩體之底面積既同則其體積之比例同於其高之比例今扁方體之長闊各一邊既與正方體之每一邊等而正方體積為扁方體積之六倍則其高亦必為六倍故以扁方體之高數六因之即得長闊之各一邊數也

設如有一長方體高三尺五寸又有一正方體其每一面積與長方體之底面積等而長方體積為正方體積之五倍問正方體之一邊及體積各幾何

根旁根旁根旁
 一五三三五五
 一五三三五五
 一五三三五五
 邊面體

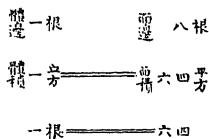
法借一根為正方體每邊之數以一根
 自乘得一平方為正方體之面積亦即
 長方體之底面積以一平方與高三十
 五寸相乘得三十五平方為長方體之
 體積又以一根自乘再乘得一立方為
 正方體之體積長方體積既為正方體
 之五倍乃以一立方五因之得五立方
 而與三十五平方為相等兩邊各降二
 位得五根與三十五寸相等五根既與

三十五寸相等則一根必與七寸相等
卽正方體之每一邊之數也以七寸自
乘再乘得三百四十三寸卽正方體之
體積又以七寸自乘得四十九寸再以
三十五寸乘之得一千七百一十五寸
卽長方體之體積為正方體積之五倍
此一長方體一正方體同底比例法也
蓋兩體之底面積既同則其體積之比
例同於其高之比例今正方體之每一

面積既與長方體之底面積等而長方
體積為正方體積之五倍則其高亦必
為五倍故長方體之高之五分之一即
正方體之每一邊之數也

設如有一正方面形又有一正方體形但知正方面
每邊為正方體每邊之八倍而正方面積與正方
體積相等問邊線積數各若干

法借一根為正方體每邊之數則正方
面每邊之數為八根以一根自乘再乘



得一立方為正方體積以八根自乘得六十四平方為正方面積是為一立方與六十四平方相等兩邊各降二位得一根與六十四尺相等即正方體每邊之數八因之得五百一十二尺即正方面每邊之數以五百一十二尺自乘得二十六萬二千一百四十四尺為正方面積以六十四尺自乘再乘亦得二十六萬二千一百四十四尺為正方體積

兩數相等也

此一平方一立方
邊數積數比例法

設如有帶兩縱不同立方體其高與闊之比例同於
四與六闊與長之比例同於六與九其高與闊相
乘之數為長數之四倍問高闊長各幾何

長九根
三六根
三三根
六六根
六六根
九九根
一一根
三三根
四四根
四四根
六六根
六六根
九九根
一一根
二二根

法借四根為高數六根為闊數九根為
長數以高四根與闊六根相乘得二十
四平方為長數之四倍乃以長數九根
四因之得三十六根是為二十四平方
與三十六根相等兩邊各降一位得二

長九根

三六根

三六

六

— 49 —

二一三五

根根芽根根根根
四六四四六九
高闊二二

十四根與三十六尺相等二十四根既與三十六尺相等則四根必與六尺相等卽高數六根必與九尺相等卽闊數九根必與一十三尺五寸相等卽長數以高六尺與闊九尺相乘得五十四尺四歸之得一十三尺五寸與長數相等也

此帶兩縱不同立方邊線面積比例法

設如有帶兩縱不同立方體長二十四尺高與闊和五十二尺其高與闊相乘之積與長自乘之積等

問高闊各若干

高一根
闊五二——一根 長二四
五二根——一勞——五七六
一根————六

法借一根為高數則闊數為五十二尺
少一根以高一根與闊五十二尺少一
根相乘得五十二根少一平方又以長
二十四尺自乘得五百七十六尺此二
數為相等乃以五百七十六尺為長方
積以五十二根作五十二尺為長闊和
用帶縱和數開平方法算之得闊十六
尺為一根之數即立方之高數與高闊

和五十二尺相減餘三十六尺卽立方之闊數以高十六尺與闊三十六尺相乘得五百七十六尺與長二十四尺自乘之數相等也

此帶兩縱不同立方邊線與面積比例法

設如有帶兩縱不同立方體高十二寸長比闊多十寸其長與闊相乘之積與高自乘之積等問長闊各若干

法借一根為闊數則長數為一根多十寸以闊一根與長一根多十寸相乘得

闊一根

長一根——一〇 高一二

一平方——一〇根——一四四

一根——八

一平方多十根以高十二寸自乘得一
百四十四寸此二數為相等乃以一百
四十四寸為長方積以十根作十寸為
長闊較用帶縱較數開平方法算之得
闊八寸為一根之數卽立方之闊數加
長比闊多十寸得十八寸卽立方之長
數以闊八寸與長十八寸相乘得一百
四十四寸與高十二寸自乘之數相等
也

此帶兩縱不同立方
邊較與面積比例法

設如有帶兩縱不同立方體長比闊多四寸闊比高多二寸其體積比高自乘再乘之正方體多一百七十六寸問長闊高各幾何

高	一	根				
闊	一	根	二			
長	一	根	六			
		旁	八	旁	二	根
			八	旁	二	根
			一	旁	一	根
					半	二
						四

法借一根為高數則闊數為一根多二寸長數為一根多六寸以高一根與闊一根多二寸相乘得一平方多二根再以長一根多六寸乘之得一立方多八平方多十二根內減高數一根自乘再乘之一立方餘八平方多十二根與一

十寸為立方體積內減高四寸自乘再
乘之六十四寸餘一百七十六寸以合
原數也

此帶兩縱不同立方
邊較與積較比例法

設如一長方池深二十尺長闊和六十尺其體積一
萬七千二百八十尺問長闊各若干

法借一根為闊數則長數為六十尺少
一根以闊一根與長六十尺少一根相
乘得六十根少一平方以深二十尺再
乘得一千二百根少二十平方與一萬

闊一根
長六〇——一根
一〇〇〇根——二〇〇芳——一七二八〇
六〇根——一芳——八六四
一根——二四

七千二百八十尺相等一千二百根少
二十平方既與一萬七千二百八十尺
相等則六十根少一平方必與八百六
十四尺相等乃以八百六十四尺為長
方積以六十根作六十尺為長闊和用
帶縱和數開平方算法算之得闊二十四
尺為一根之數即池之闊數與長闊和
六十尺相減餘三十六尺即池之長數
以長闊相乘以深再乘得一萬七千二

百八十尺以合原數也

此帶兩縱不同
立方知一邊與

兩邊和
相求法

設如一長方池深三十尺長比闊多十尺其體積七
萬一千二百八十尺問長闊各若干

闊一根

長一根——一〇

三〇番——三〇〇根——七一二八〇

一番——一〇根——二二七六

一根——四四

法借一根為闊數則長數為一根多十
尺以闊一根與長一根多十尺相乘得
一平方多十根再以深三十尺乘之得
三十平方多三百根與七萬一千二百
八十尺相等三十平方多三百根既與

闊一根

長一根——一〇

三〇芳——三〇〇根——七一二八〇

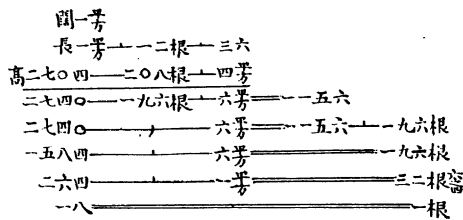
一芳——一〇根——二三七六

一根——四四

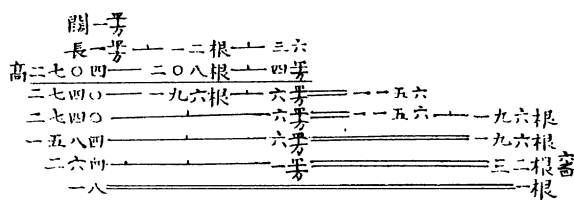
七萬一千二百八十尺相等則一平方
多十根必與二千三百七十六尺相等
乃以二千三百七十六尺為長方積以
十根作十尺為長闊較用帶縱較數開
平方法算之得闊四十四尺為一根之
數卽池之闊數加長比闊多十尺得五
十四尺卽池之長數也以長闊相乘以
深再乘得七萬一千二百八十尺以合
原數也

此帶兩縱不同立方知
一邊與兩邊較相求法

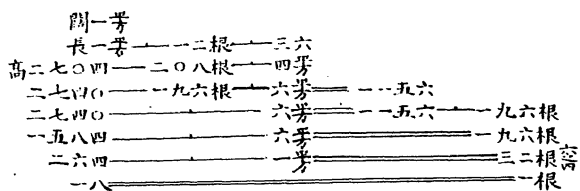
設如有帶兩縱不同立方體長闊高共五十八尺長
比闊多六尺其對角斜線自乘之數為一千一百
五十六尺問長闊高各幾何



法借一根為闊數則長數為一根多六
尺以長闊兩數相加得二根多六尺與
長闊高共五十八尺相減餘五十二尺
少二根為高數以闊一根自乘得一平
方為闊自乘之數以長一根多六尺自
乘得一平方多十二根多三十六尺為



長自乘之數以高五十二尺少二根自
 乘得二千七百零四尺少二百零八根
 多四平方為高自乘之數三自乘數相
 加得二千七百四十尺少一百九十六
 根多六平方與對角線自乘之一千一
 百五十六尺相等兩邊各加一百九十
 六根得二千七百四十尺多六平方與
 一千一百五十六尺多一百九十六根
 相等兩邊各減一千一百五十六尺得



一千五百八十四尺多六平方與一百九十六根相等一千五百八十四尺多六平方既與一百九十六根相等則二百六十四尺多一平方必與三十二根又六分根之四相等乃以二百六十四尺為長方積以三十二根六分根之四作三十二尺又六分尺之四為長闊和用帶縱和數開平方法算之得長十八尺為一根之數即立方之闊加長比闊

多六尺得二十四尺卽立方之長長闊
相加得四十二尺與長闊高共五十八
尺相減餘十六尺卽立方之高也以高
十六尺自乘得二百五十六尺以闊十
八尺自乘得三百二十四尺以長二十
四尺自乘得五百七十六尺三自乘數
相加得一千一百五十六尺與對角斜
線自乘之數相等也

此帶兩縱不同立方
邊線面積和較

相求
法

設如有帶兩縱不同立方體其長闊高為相連比例

三率長為首率闊為中率高為末率共五十七寸
其六面積共二千零五十二寸問長闊高各幾何

法借一根為長數則闊高之共數為五

十七寸少一根又以六面積共二千零

五十二寸折半得一千零二十六寸為

三面積共數以長闊高共五十七寸除

之得一十八寸為闊數

因長為首率闊為中率高為末

率故其三面積一為首率乘中率一為末率乘中率一為首率乘末率而首率

長一根

高三九——一根 闊一八

三九根——一芳——三二四

一根——二七

長一根

高三九——一根 闊一八

三九根——一芳——三二四

一根——二七

乘末率之數與中率自乘之數等則此
三面積相合即為首率中率末率之共
數乘中率之數矣故以長闊高以闊一
之共數除之即得中率為闊也
十八尺與闊高之共數五十七寸少一
根相減餘三十九寸少一根為高數乃
以首率長一根與末率高三十九寸少
一根相乘得三十九根少一平方與中
率闊十八寸自乘之三百二十四寸相
等乃以三百二十四寸為長方積以三
十九根作三十九寸為長闊和用帶縱

和數開平方法算之得長二十七寸為
一根之數卽立方之長數與高長和三
十九寸相減餘一十二寸卽立方之高
數以長二十七寸與闊十八寸之比同
於闊十八寸與高十二寸之比為相連
比例三率也

此帶兩縱不同立方邊
線面積相和比例法

設如有帶兩縱不同立方體其高與闊之比例同於
一與二闊與長之比例同於二與三以高自乘再
乘之數與闊自乘再乘之數相加比原體積多一

千零二十九寸問長闊高各幾何

旁旁旁
積滿闊
三
一
一
根

———
———
———
———

九
二
〇
一
三
四
三
七

法借一根為高數則闊數為二根長數
為三根以闊二根與長三根相乘得六
平方再以高一根乘之得六立方為原
體積又以高一根自乘再乘得一立方
以闊二根自乘再乘得八立方併得
九立方內減原體積六立方餘三立方
與一千零二十九寸相等三立方既與
一千零二十九寸相等則一立方必與

旁旁旁
 六一八
 積高闊
 三
 一
 一
 一〇二九
 三四三
 七

三百四十三寸相等乃以三百四十三
 寸開立方得七寸為一根之數卽立方
 之高數倍之得十四寸卽立方之闊數
 三因之得二十一寸卽立方之長數以
 長二十一寸與闊十四寸相乘得二百
 九十四寸再以高七寸乘之得二千零
 五十八寸為原體積又以高七寸自乘
 再乘得三百四十三寸闊十四寸自乘
 再乘得二千七百四十四寸相併得三

千零八十七寸與原體積相減餘一千

零二十九寸以合原數也

此帶兩縱不同立方邊線

體積比
例法

設如有甲乙丙三正方體甲方邊與乙方邊之比例
同於二與三乙方積比甲方積多一百五十二寸
丙方積比乙方積多七百八十四寸問三正方體
之邊數各若干

法借二根為甲方每邊之數則乙方每
邊之數為三根以二根自乘再乘得八

甲 八旁
 乙 二七旁
 一九旁 ———— 一五二
 一 旁 ———— 八
 一 根 ———— 二

立方為甲方之體積以三根自乘再乘
 得二十七立方為乙方之體積兩體積
 相減餘一十九立方與一百五十二寸
 相等十九立方既與一百五十二寸相
 等則一立方必與八寸相等乃以八寸
 開立方得二寸為一根之數倍之得四
 寸即甲方每邊之數三因之得六寸即
 乙方每邊之數自乘再乘得二百一十
 六寸加七百八十四寸得一千寸開立

方得十寸卽丙方每邊之數也

此三方體正邊

線體積
比例法

設如有帶兩縱不同立方體高比闊為五分之一闊
比長亦為五分之一體積六十一萬四千一百二
十五尺問高闊長各幾何

法借一根為高數則闊數為五根長數
為二十五根以闊五根與長二十五根
相乘得一百二十五平方再以高一根
乘之得一百二十五立方與六十一萬

高	一	根					
闊	五	根					
長	二	五	根	六	一	四	一
	一	二	五	旁	四	九	一
			一	旁			三
			一	根			七

四千一百二十五尺相等一百二十五
 立方既與六十一萬四千一百二十五
 尺相等則一立方必與四千九百一十
 三尺相等乃以四千九百一十三尺開
 立方得十七尺為一根之數卽立方之
 高以五乘之得八十五尺卽立方之闊
 以二十五乘之得四百二十五尺卽立
 方之長也乃以長闊相乘得三萬六千
 一百二十五尺再以高乘之得六十一

萬四千一百二十五尺以合原數也

此帶

分比例開
立方法

設如有一大長方體其闊三倍於高其長三倍於闊
又有一小長方體比大長方體高為二分之一闊
為三分之二長為九分之七小長方體積二萬三
千六百二十五寸問大小二長方體之長闊高各
幾何

法借一根為大長方體之高則大長方
體之闊為三根大長方體之長為九根

一 喬	根 闊	三 根	長	九 根	一 根	半 闊	二 根	七 長	七 根	旁 一	旁 一	旁 一	二	三	六	二	五

小長方體之高為半根小長方體之闊
 為二根小長方體之長為七根乃以長
 七根與闊二根相乘得一十四平方再
 以高半根乘之得七立方為小長方體
 積與二萬三千六百二十五寸相等七
 立方既與二萬三千六百二十五寸相
 等則一立方必與三千三百七十五寸
 相等乃以三千三百七十五寸開立方
 得十五寸為一根之數即大長方體之

高三因之得四十五寸卽大長方體之
闊又以三因之得一百三十五寸卽大
長方體之長以大長方體之高折半得
七寸五分卽小長方體之高以大長方
體之闊三歸二因得三十寸卽小長方
體之闊以大長方體之長九歸七因得
一百零五寸卽小長方體之長以小長
方體之長闊相乘再以高乘之得二萬
三千六百二十五寸以合原數也

此帶
分比

例開立
方法

設如有人買馬三次第二次比第一次多一倍第三次比第二次多一倍以第三次馬數四分之一與第二次馬數之半相乘又與第一次馬數三分之一相乘得六千五百六十一匹問三次所買馬數各若干

三根
六根
一二九
旁——六五六一
旁——七二九
根——九

法借三根為第一次買馬之數
則第二次買馬之數為六根第三次買馬之數為十二根以第三次四分之一

第一次
分母數

三根
六根
一二根
九旁——六五六一
一旁——七二九
一根——九

三根與第二次之一半三根相乘得九平方又與第一次三分之一一根相乘得九立方與六千五百六十一匹相等九立方既與六千五百六十一匹相等則一立方必與七百二十九匹相等乃以七百二十九匹開立方得九匹為一根之數三因之得二十七匹為第一次買馬之數倍之得五十四匹為第二次買馬之數又倍之得一百零八匹為第

三次買馬之數以第三次四分之一二十七匹與第二次一半二十七匹相乘得七百二十九匹再以第一次三分之一九匹乘之得六千五百六十一匹以合原數也

此帶分比例開立方方法

設如有馬牛羊各不知數但知牛數比馬數多四羊數與馬牛相乘之數等馬每匹之價與牛數等牛每頭之價與馬數等羊每隻之價比馬每匹價少十兩而羊之共價為一百九十二兩問馬牛羊及

價銀各若干

馬	一	根	——	四
牛	一	根	——	六
羊	一	旁	——	九
猪	一	旁	——	二
羊	一	旁	——	二
猪	一	旁	——	八

法借一根為馬數則牛數為一根多四
以馬數一根與牛數一根多四相乘得
一平方多四根為羊數馬價與牛數等
為一根多四兩則羊價為一根少六兩
以羊數一平方多四根與羊價一根少
六兩相乘得一立方少二平方少二十
四根為羊之共價與一百九十二兩相
等乃以一百九十二兩為磬折扁方體

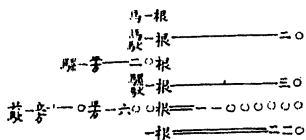
集價 一 旁 —— 二 旁

積用帶縱開立方方法算之得八為一根
之數卽馬數亦卽牛每頭之價為八兩
也加牛比馬多四得十二為牛數亦卽
馬每匹之價為十二兩也以馬數八與
牛數十二相乘得九十六為羊數以羊
數九十六歸除羊共價一百九十二兩
得二兩為羊每隻價比馬一匹之價少
十兩也

此磬折扁方
體求邊法

此磬折扁方
體求邊法

二十驛每匹所馱之數比共馬數多三十其共驛數與馬所馱之共數等但知驛共馱一千一百萬斤問馬數驛數及所馱之斤數各若干



法借一根為共馬數則馬每匹所馱之斤數為一根少二十斤驛每匹所馱之數為一根多三十斤以共馬數一根與馬每匹馱一根少二十斤相乘得一平方少二十根為馬所馱之共數亦即共驛數再以驛每匹馱一根多三十斤乘

馬一根
 最一根 ————— 二〇
 驢一旁 ——— 二〇根
 驢一根 ————— 三〇
 最一旁 ——— 一〇旁 ——— 六〇〇根 ——— 〇〇〇〇〇〇
 一根 ————— 二二〇

之得一立方多十平方少六百根為驢
 所馱之共數與一千一百萬斤相等乃
 以一千一百萬斤為磬折長方體積用
 帶縱開立方方法算之得二百二十為一
 根之數即共馬數減二十餘二百斤為
 馬每匹所馱之數以共馬二百二十匹
 與馬每匹所馱之二百斤相乘得四萬
 四千斤為馬所馱之共數亦即共驢數
 以共驢四萬四千匹歸除一千一百萬

斤得二百五十斤為騾每匹所馱之數

比共馬數二百二十多三十也

此磨折
長方體

求邊
法

設如有大小二正方體邊數共二尺六寸體積共五千零九十六寸問二正方體邊數體積各幾何

法借一根為小方每邊之數則大方每邊之數為二十六寸少一根以一根自乘再乘得一立方為小方之體積以二十六寸少一根自乘再乘得一萬七千

六指一寄
 寄一七五七六——二〇二八根——七八寄——一寄
 一七五七六——二〇二八根——七八寄——五〇九六
 一七五七六——七八寄——五〇九六——二〇二八根
 一四八八——七八寄——二〇二八根
 一六〇——寄——二六根
 一〇——根

十寸多七十八平方與二千零二十八
 根相等一萬二千四百八十寸多七十
 八平方既與二千零二十八根相等則
 一百六十寸多一平方必與二十六根
 相等乃以一百六十寸為長方積以二
 十六根作二十六寸為長闊和用帶縱
 和數開平方法算之得闊十寸為一根
 之數即小方每邊之數與共邊二十六
 寸相減餘一十六寸即大方每邊之數

以十寸自乘再乘得一千寸卽小方之
體積以十六寸自乘再乘得四千零九
十六寸卽大方之體積兩體積相加共
五千零九十六寸以合原數也

此二正
方體有

邊和積和
求邊法

設如有大小二正方體大方邊比小方邊多四尺大
方積比小方積多一千二百一十六尺問二正方
體邊數體積各幾何

法借一根為小方每邊之數則大方每

一勞	二勞	四八根	六四	
一勞	二勞	四八根	六四	二一六
	二勞	四八根		一五二
	一勞	四根		九六
		一根		八

邊之數為一根多四尺以一根自乘再
乘得一立方為小方之體積以一根多
四尺自乘再乘得一立方多十二平方
多四十八根多六十四尺為大方之體
積兩體積相減得十二平方多四十八
根多六十四尺與一千二百一十六尺
相等兩邊各減六十四尺得十二平方
多四十八根與一千一百五十二尺相
等十二平方多四十八根既與一千一

一	旁	一	二	旁	一	四	八	根	一	六	四
一	旁	一	二	旁	一	四	八	根	一	六	四
一	旁	一	二	旁	一	四	八	根	一	五	二
一	旁	一	二	旁	一	四	八	根	一	九	六
一	旁	一	二	旁	一	四	八	根	一	八	

百五十二尺相等則一平方多四根必
 與九十六尺相等乃以九十六尺為長
 方積以四根作四尺為長闊較用帶縱
 較數開平方法算之得闊八尺為一根
 之數即小方每邊之數加四尺得一十
 二尺即大方每邊之數以八尺自乘再
 乘得五百一十二尺即小方之體積以
 一十二尺自乘再乘得一千七百二十
 八尺即大方之體積兩體積相減餘一

十二百一十六尺以合原數也

此二正方體有

邊較積較求邊法

設如有大小二正方體大方邊比小方邊多二尺體積共一千零七十二尺問二正方體邊數體積各幾何

法借一根為小方每邊之數則大方每邊之數為一根多二尺以一根自乘再乘得一立方為小方之體積以一根多二尺自乘再乘得一立方多六平方多

積一旁——六旁——二根——八
二旁——六旁——二根——八——〇七二
二旁——六旁——二根——〇六四
一旁——三旁——六根——五三二
一根——七

十二根多八尺為大方之體積兩體積
相加得二立方多六平方多十二根多
八尺與一千零七十二尺相等兩邊各
減去八尺得二立方多六平方多十二
根與一千零六十四尺相等二立方多
六平方多十二根既與一千零六十四
尺相等則一立方多三平方多六根必
與五百三十二尺相等乃以五百三十
二尺為磬折長方體積用帶縱開立方

小補	一	旁	一	六	旁	一	二	根	一	八	
二	旁	一	六	旁	一	二	根	一	八	一	〇七二
二	旁	一	六	旁	一	二	根	一	八	一	〇六四
一	旁	一	三	旁	一	六	根	一	五	三	二
								一	根		七

法算之得七尺為一根之數即小方每

邊之數加二尺得九尺即大方每邊之

數以七尺自乘再乘得三百四十三尺

即小方之體積以九尺自乘再乘得七

百二十九尺即大方之體積兩體積相

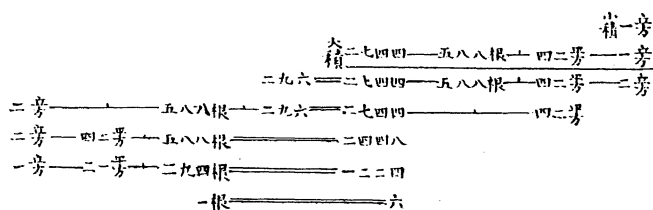
加得一千零七十二尺以合原數也此

正方體有邊較
積和求邊法

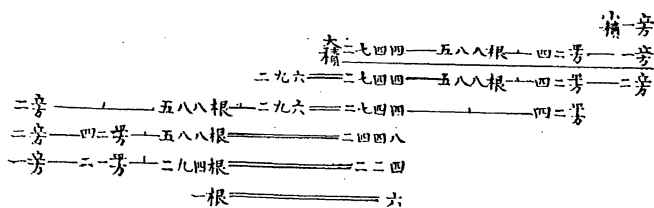
設如有大小二正方體邊數共十四尺大方比積小

方積多二百九十六尺問二正方體之邊數體積

各幾何



法借一根為小方每邊之數則大方每
 邊之數為十四尺少一根以一根自乘
 再乘得一立方為小方之體積以十四
 尺少一根自乘再乘得二千七百四十
 四尺少五百八十八根多四十二平方
 少一立方為大方之體積兩體積相減
 得二千七百四十四尺少五百八十八
 根多四十二平方少二立方與二百九



十六尺相等兩邊各加二立方又加五百八十八根得二立方多五百八十八根與二千四百四十八尺相等則一立方與二千四百四十八尺相等則一立方

霜一旁

六

二七四四 一五八八根 一四二旁 一四二旁 二九六 二七四四 一五八八根 一四二旁 一四二旁

二旁 一五八八根 二九六 二七四四 一四二旁

二旁 一四二旁 一五八八根 二四四八

一旁 二一旁 二九四根 一二二四

一標 六

少二十一平方多二百九十四根必與

一千二百二十四尺相等乃以一千二

百二十四尺為磬折扁方體積用帶縱

開立方算法算之得六尺為一根之數即

小方每邊之數與共邊數十四尺相減

餘八尺即大方每邊之數以六尺自乘

再乘得二百一十六尺為小方之體積

以八尺自乘再乘得五百一十二尺為

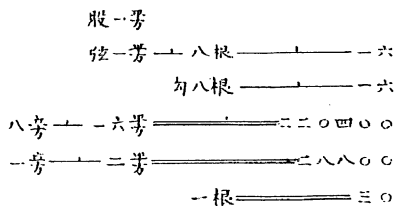
大方之體積兩體積相減餘二百九十

六尺以合原數也

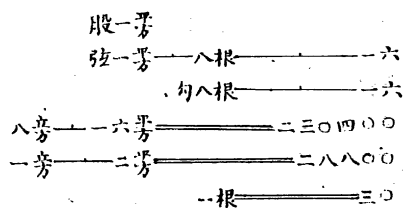
此二正方體有邊和積較求邊法

設如勾股積二百四十尺股弦較四尺問勾股弦各

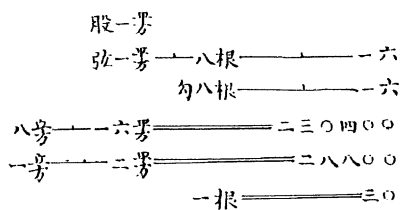
幾何



法借一根為股數則弦為一根多四尺
以一根自乘得一平方為股自乘之數
以一根多四尺自乘得一平方多八根
多十六尺為弦自乘之數內減去股自
乘之一平方餘八根多十六尺為勾自
乘之數凡勾自乘之數與勾股相乘之



數及股自乘之數為相連比例三率乃
 以首率勾自乘之八根多十六尺與末
 率股自乘之一平方相乘得八立方多
 十六平方又以勾股積二百四十尺倍
 之得四百八十尺為中率自乘得二十
 三萬零四百尺是為八立方多十六平
 方與二十三萬零四百尺相等八立方
 多十六平方既與二十三萬零四百尺
 相等則一立方多二平方必與二萬八



設如勾股積二百四十尺勾弦和五十尺問勾股弦各幾何

數也

此有勾股積有股
弦較求勾股弦法

千八百尺相等乃以二萬八千八百尺
為長方體積用帶縱開立方算法算之得
三十尺為一根之數卽股數加股弦較
四尺得三十四尺卽弦數又以股三十
尺除倍積四百八十尺得十六尺卽勾
數也

此有勾股積有股
弦較求勾股弦法

二百四十尺勾弦和五十尺問勾股弦

法借一根為勾數則弦為五十尺少一

法借一根為勾數則弦為五十尺少一

勾一勞
 弦二五〇〇——一〇〇根——一勞
 股二五〇〇——一〇〇根
 二五〇〇勞——一〇〇勞——二三〇四〇〇
 一勞——二五勞之一——九二一六
 一根——一六

根以一根自乘得一平方為勾自乘之
 數以五十尺少一根自乘得二千五百
 尺少一百根多一平方為弦自乘之數
 內減去勾自乘之一平方餘二千五百
 尺少一百根為股自乘之數凡勾自乘
 之數與勾股相乘之數及股自乘之數
 為相連比例三率則以首率勾自乘之
 一平方與末率股自乘之二千五百尺
 少一百根相乘得二千五百平方少一

勾一旁
弦二五〇〇——〇〇〇根——一旁
股二五〇〇〇——〇〇〇根
二五〇〇〇旁——〇〇〇旁——二三〇四〇〇
一旁——二五旁之一——九二一六
一根——一六

百立方又以勾股積二百四十尺倍之
得四百八十尺為中率自乘得二十三
萬零四百尺是為二千五百平方少一
百立方與二十三萬零四百尺相等二
千五百平方少一百立方既與二十三
萬零四百尺相等則一平方少二十五
分立方之一必與九十二尺一十六寸
相等乃以九十二尺一十六寸為扁方
體積用帶縱開立方算法算之得一十六

尺為一根之數卽勾數與勾弦和五十尺相減餘三十四尺卽弦數又以勾十六尺除倍積四百八十尺得三十尺卽股數也

此有勾股積有勾弦和求勾股弦法

設如有數十萬為一率作相連比例四率使一率與四率相加與二率三倍等問二率三率四率各幾何

法借一根為二率以二率一根自乘得一平方以一率十萬除之得十萬分平

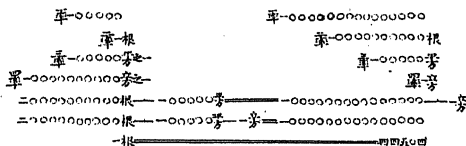
三十一

千一百八十七為相連比例之第四率
乃以一率與四率相加得一十萬零四
千一百八十七與二率之三倍相等也

此卽求圓內
容十八邊法

設如有數十萬為一率作相連比例四率使一率與
四率相加與二率兩倍再加一三率之數等問二
率三率四率各幾何

法借一根為二率以二率一根自乘得
一平方以一率十萬除之得十萬分平



方之一為三率以二率一根與三率十
萬分平方之一相乘得十萬分立方之
一以一率十萬除之得一百億分立方
之一為四率將四率俱以百億乘之則
一率為一千兆二率為一百億根三率
為一十萬平方四率為一立方乃以一
率與四率相加得一千兆多一立方又
以二率倍之得二百億根加一三率得
二百億根多十萬平方是為二百億根

得八千八百一十四為相連比例之第四率乃以一率與四率相加得一十萬零八千八百一十四與二率兩倍加一三率之數相等也

此即求圓內容十四邊法

設如有大小二正方面大方每邊為小方每邊之二倍若以兩面積相乘得五萬八千五百六十四尺問二方邊面積各幾何

法借一根為小方每邊之數則大方每邊數為二根以一根自乘得一平方為

小一根
大二根

一勞

四勞

四乘——五八五六四

一乘——一四六四一

一根——

小方之面積以二根自乘得四平方為大方之面積以一平方與四平方相乘得四三乘方為兩方面積相乘之數與五萬八千五百六十四尺相等四三乘方既與五萬八千五百六十四尺相等則一三乘方必與一萬四千六百四十一尺相等乃以一萬四千六百四十一尺為三乘方積用開三乘方法算之得十一尺為一根之數卽小方每邊之數

倍之得二十二尺卽大方每邊之數以
十一尺自乘得一百二十一尺卽小方
之面積以二十二尺自乘得四百八十
四尺卽大方之面積兩面積相乘得五
萬八千五百六十四尺以合原數也

此開

三乘
方法

設如有解錢糧船不言數但知每船所載銀鞘之數
比船數加一倍每鞘內銀數與共鞘數等其共銀
數為五百三十四萬五千三百四十四兩問船數

鞘數各若干

船一根
 鞞二根
 薪二芳
 薪四乘
 一乘
 一乘
 一乘

五三四五三三四
 一三三六三三六
 三三三三三三三

船一
 一
 二
 二
 二
 四
 一
 一
 根
 根
 芳
 乘
 乘
 乘
 根

四四
 三六
 三三
 四三
 五三
 四三
 三三
 一三

百三十六兩為三乘方積用開三乘方

法算之得三十四為一根之數即船數

倍之得六十八即每船之鞘數以船數

三十四與每船所載鞘數六十八相乘

得二千三百一十二為共鞘數亦即每

鞘內之銀數自乘得五百三十四萬五

千三百四十四兩以合原數也

此開三乘方法

設如有一正方又有一長方二方面積共二十三萬

六千一百九十六尺長方之長比正方面積多二

十四尺長方之闊比正方面積少二十尺問二方
邊面積各幾何

平方	二四
長方	二〇
闊方	四八〇
乘	四八〇
乘	二二六六六六
乘	二二六六六六
乘	二二

法借一根為正方每邊之數自乘得一
平方為正方面積則長方之長為一
平方多二十四尺長方之闊為一平方
少二十尺長闊相乘得一三乘方多四
平方少四百八十尺為長方面積加正
方面積之一平方得一三乘方多五平
方少四百八十尺為二方之共面積與

ה'תשנ"א

御製數理精蘊下編

為長方之闊長闊相乘得二十三萬五千七百一十二尺為長方面積兩面積相加得二十三萬六千一百九十六尺

以合原數也

此帶縱開三乘法

設如有一長方其面積五百二十七丈又有大小二正方其面積共一千二百五十丈大正方邊與長方之長等小正方邊與長方之闊等問長方之長闊各幾何

法借一根為大方每邊之數自乘得一

旁一考

步一二五〇——一考

旁五二七

一二五〇考——兼——二七七七二九

一根————三一

平方為大方之面積則小方之面積為
一千二百五十丈少一平方此大方面
積與長方面積及小方面積為相連比
例三率乃以首率大方面積一平方與
末率小方面積一千二百五十丈少一
平方相乘得一千二百五十平方少一
三平方又以長方面積五百二十七丈
為中率自乘得二十七萬七千七百二
十九丈此兩數為相等乃以二十七萬

考一芳

芳一二五〇——一芳

考五二七

一二五〇芳——一蒙——二七七七二九

一根——三一

七千七百二十九丈為帶縱三乘方積
用帶縱開三乘方法算之得三十一為
一根之數即大方每邊之數亦即長方
之長以長三十一丈除長方面積五百
二十七丈得十七丈即長方之闊亦即
小正方每邊之數乃以三十一丈自乘
得九百六十一丈為大方面積以十七
丈自乘得二百八十九丈為小方面積
兩面積相加得一千二百五十丈以合

原數也

此帶縱開
三乘方法

設如有一方臺俱係正方石砌成其用石之塊數與
每一石之面積等其共石之體積為五十三萬七
千八百二十四寸問用石之塊數及每一石之邊
數若干

邊一根
面一芳
積一旁
積一深
積一橫
積一縱
五三七八二四
一四

法借一根為每一石之邊數自乘得一
平方為每一石之面積亦即所用石之
塊數再乘得一立方為每一石之體積
與所用石之塊數一平方相乘得一四

邊一根
面一牙
積一旁
積一眾——五三七八二四
——一根——一四

也
此開四
乘方法

設如有二十四正方體又有一扁方體共積八百二十九萬四千四百寸扁方體之高與正方體之邊數等扁方體之長與闊俱與正方體之面積等問
正方體扁方體之邊數各若干

法借一根為正方體每邊之數亦即扁方體之高數以一根自乘得一平方為正方體之面積亦即扁方體之長與闊再乘得一立方為正方體之積以二十

正 一 根
正 一 旁
正 二 四 旁

罪一罪
一罪

二四旁——八二九四四〇〇
一根——二四

四乘之得二十四立方為二十四正方
體之共積又以扁方體之長闊一平方
自乘得一三乘方再以高一根乘之得
一四乘方為扁方體之積兩積數相加
得一四乘方多二十四立方與共體積
八百二十九萬四千四百寸相等乃以
八百二十九萬四千四百寸為帶縱四
乘方積用帶縱開四乘方法算之得二
十四寸為一根之數即正方體之每邊

亦卽扁方體之高自乘得五百七十六寸為正方體之面積亦卽扁方體之長與闊再乘得一萬三千八百二十四寸為一正方體之積以二十四乘之得三十三萬一千七百七十六寸為二十四正方體之共積又以扁方體之長闊五百七十六寸自乘再以高二十四寸乘之得七百九十六萬二千六百二十四寸為一扁方體積兩積相加得八百二

十九萬四千四百寸以合原數也

此帶綴開

四乘
方法

設如有商人貿易第一次之銀數比原本銀加一倍
第二次之銀數與第一次銀自乘再乘之數等第
三次之銀數與第一次銀自乘又乘第二次銀之
數等將第三次之銀數與第二次之銀數相加得
三萬三千二百八十兩問原本銀數及每次銀數
各若干

法借一根為原本銀數則第一次之銀

以合原數也

此帶縱開
四乘方法

設如有一小長方體闊為高之二倍長為高之三倍
又有一大長方體其每邊之比例與小長方體同
其高數與小長方體長闊相乘之數等體積八萬
二千九百四十四尺問二長方體長闊高各幾何

法借一根為小長方體之高則闊為二
根長為三根長闊相乘得六平方為大
長方體之高倍之得十二平方為大長
方體之闊三因之得十八平方為大長

根旁旁旁旁旁
一六二一八六
積一八九六一一
八二九四四
六四
二

方體之長長闊相乘再以高乘之得一千二百九十六五乘方為大長方體積與八萬二千九百四十四尺相等一千二百九十六五乘方既與八萬二千九百四十四尺相等則一五乘方必與六十四尺相等乃以六十四尺為五乘方積用開五乘方法算之得二尺為一根之數即小長方體之高倍之得四尺即小長方體之闊三因之得六尺即小長

方體之長長闊相乘得二十四尺卽大
長方體之高倍之得四十八尺卽大長
方體之闊三因之得七十二尺卽大長
方體之長長闊相乘再以高乘之得八
萬二千九百四十四尺以合原數也

此開

五乘
方法

設如有大小二正方體大方體積比小方體積多一
千七百四十四寸以小方邊與大方邊相乘得一
百四十寸問二正方體之邊數體積各幾何

逢一根 逢一根之一四〇
竊一旁 竊一旁之二七四四〇〇〇
一七四四 一旁之二七四四〇〇〇 一旁
一七四四旁 二七四四〇〇〇 彙
一彙 一七四四旁 二七四四〇〇〇
一根 〇

法借一根為小方體每邊之數以一根
除一百四十寸得一根之一百四十寸
為大方體每邊之數以一根自乘再乘
得一立方為小方體積數以一根之一
百四十寸自乘再乘得一立方之二百
七十四萬四千寸為大方體積內減小
方體積一立方餘一立方之二百七十
四萬四千寸少一立方與一千七百四
十四寸相等兩邊各以立方乘之得一

蓬一根 蓬一根之一四〇
藉一旁 藉一旁之二七四四〇〇〇
一七四四 一旁之二七四四〇〇〇 一旁
一七四四旁 二七四四〇〇〇 彙
彙 一七四四旁 二七四四〇〇〇
一彙 一七四四旁 二七四四〇〇〇
一根 〇

千七百四十四立方與二百七十四萬
四千寸少一五乘方相等兩邊各加一
五乘方得一五乘方多一千七百四十
四立方與二百七十四萬四千寸相等
乃以二百七十四萬四千寸為帶縱五
乘方積用帶縱開五乘方法算之得十
寸為一根之數即小方體每邊之數以
十寸除一百四十寸得一十四寸即大
方體每邊之數以小方體每邊十寸自

乘再乘得一千寸為小方體積以大方
體每邊十四寸自乘再乘得二千七百
四十四寸為大方體積兩體積相減餘
一千七百四十四寸以合原數也

此帶
縱開

五乘
方法

設如有大小二正方體共積四千一百二十三寸以
小方邊與大方邊相乘得四十八寸問二正方體
之邊數體積各幾何

法借一根為小方體每邊之數以一根

邊	根	邊	根	之	四	八
四	一	二	三	旁	一	〇五九二
四	一	二	三	旁	一	〇五九二
四	一	二	三	旁	一	〇五九二
四	一	二	三	旁	一	〇五九二
				根		三

除四十八寸得一根之四十八寸為大方體每邊之數以一根自乘再乘得一立方為小方體積以一根之四十八寸自乘再乘得一立方之一十一萬零五百九十二寸為大方體積兩體積相加得一立方多一立方之一十一萬零五百九十二寸與四千一百二十三寸相等兩邊各以立方乘之得四千一百二十三立方與一五立方多一十一萬零

遠一根 邊一根之四八
竊一旁 竊一旁之一一〇五九二
四一二三 一旁之一一〇五九二
四一二三 一乘之一一〇五九二
四一二三 一乘之一一〇五九二
一 根 三

五百九十二寸相等兩邊各減一五乘
方得四千一百二十三立方少一五乘
方與一十一萬零五百九十二寸相等
乃以一十一萬零五百九十二寸為帶
縱五乘方積用帶縱開五乘方法算之
得三寸為一根之數即小方體每邊之
數以三寸除四十八寸得十六寸為大
方體每邊之數以小方體每邊三寸自
乘再乘得二十七寸為小方體積數以

大方體每邊十六寸自乘再乘得四千零九十六寸為大方體積數兩體積相加得四千一百二十三寸以合原數也

此帶縱開
五乘方法

設如有一長方體積二千一百八十七尺其高數自乘與闊等闊數自乘與長數等問高闊長各若干
法借一根為高自乘得一平方為闊以闊自乘得一三乘方為長長闊相乘得一五乘方再以高乘之得一六乘方為

高一根
闊一葉
長一葉
積一葉
——二一八七
——三

長方體積與二千一百八十七尺相等
乃以二千一百八十七尺為六乘方積
用開六乘方法算之得三尺為一根之
數卽長方之高自乘得九尺卽長方之
闊以闊自乘得八十一尺為長方之長
乃以長闊相乘再以高乘之得二千一
百八十七尺以合原數也

此開六
乘方法

設如甲丙正方花園二所園中各有正方水池一面
甲池每邊為丙池每邊之三倍甲園每邊與甲池

二尺自乘得一百四十四尺為甲池之面積卽甲園每邊之數以丙池每邊四尺自乘得一十六尺為丙池之面積卽丙園每邊之數以甲園每邊一百四十四尺自乘得二萬零七百三十六尺卽甲園之面積以丙園每邊十六尺自乘得二百五十六尺卽丙園之面積乃以兩園面積相乘得五百三十萬八千四百一十六尺以合原數也

此開七
乘方法

設如有甲乙丙三長方體甲方之高為闊二分之一
乙方之高與闊為甲方之二倍丙方之高與闊為
甲方之三倍俱不知長甲方體積與面積自乘之
數等乙方之體積與高闊相併乘甲方面積之數
等丙方之體積與乙方體積自乘再乘之數等今
但知丙方體積八十八萬四千七百三十六丈問
三方高闊長各若干

法借一根為甲方之高則甲方之闊為
二根乙方之高亦為二根乙方之闊為

一 萬	二 萬	三 萬	一 根	二 根	三 根	四 根	五 根	六 根	一 根	二 根	三 根	四 根	五 根	六 根
一	二	三	一	二	三	四	五	六	一	二	三	四	五	六
萬	萬	萬	萬	萬	萬	萬	萬	萬	萬	萬	萬	萬	萬	萬

四根丙方之高為三根丙方之闊為六
 根以甲方方高一根與闊二根相乘得二
 平方即甲方之面積自乘得四三乘方
 即甲方之體積乙方高二根與闊四根
 相併得六根與甲方面積二平方相乘
 得十二立方即乙方之體積自乘再乘
 得一千七百二十八八乘方即丙方之
 體積與八十八萬四千七百三十六丈
 相等一千七百二十八八乘方既與八

二旁 一七二八 乘 一八四七三六
一乘 五二
一根 二

闊二根 闊四根 闊六根
一 二 三 四 五 六 七 八 九 十 十一 十二 十三 十四 十五 十六 十七 十八 十九 二十 二十一 二十二 二十三 二十四 二十五 二十六 二十七 二十八 二十九 三十 三十一 三十二 三十三 三十四 三十五 三十六 三十七 三十八 三十九 四十 四十一 四十二 四十三 四十四 四十五 四十六 四十七 四十八 四十九 五十 五十一 五十二 五十三 五十四 五十五 五十六 五十七 五十八 五十九 六十 六十一 六十二 六十三 六十四 六十五 六十六 六十七 六十八 六十九 七十 七十一 七十二 七十三 七十四 七十五 七十六 七十七 七十八 七十九 八十 八十一 八十二 八十三 八十四 八十五 八十六 八十七 八十八 八十九 九十 九十一 九十二 九十三 九十四 九十五 九十六 九十七 九十八 九十九 一百

十八萬四千七百三十六丈相等則一
八乘方必與五百一十二丈相等乃以
五百一十二丈為八乘方積用開八乘
方法算之得二丈為一根之數即甲方
之高倍之得四丈即甲方之闊高闊相
乘得八丈即甲方之面積自乘得六十
四丈即甲方之體積又將甲方高二丈
倍之得四丈即乙方之高將甲方闊四
丈倍之得八丈即乙方之闊高闊相併

得一十二丈與甲方面積八丈相乘得
九十六丈卽乙方之體積又以高四丈
闊八丈相乘得三十二丈以除體積九
十六丈得三丈卽乙方之長又將甲方
高二丈三因之得六丈卽丙方之高將
甲方闊四丈三因之得一十二丈卽丙
方之闊以乙方體積九十六丈自乘再
乘得八十八萬四千七百三十六丈卽
丙方之體積又高六丈闊十二丈相乘

得七十二丈以除體積八十八萬四千七百三十六丈得一萬二千二百八十八丈卽丙方之長也

此開八乘方法

設如有客船不言數但云每船之人數與船數等每入之本銀數與船數自乘再乘之數等其共銀自乘之數為六千零四十六萬六千一百七十六兩問船數人數各若干

法借一根為船數亦為每船之人數以一根自乘得一平方為共人數再乘得

根旁累根
 船一銀共
 一銀共
 一銀共

六〇四六六一七六

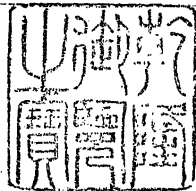
六

一立方為每人本銀數與一平方相乘
 得一四乘方為共銀數以一四乘方自
 乘得一九乘方為本銀自乘之數與六
 千零四十六萬六千一百七十六兩相
 等乃以六千零四十六萬六千一百七
 十六為九乘方積用開九乘方法算之
 得六為一根之數即船數亦即每船之
 人數自乘得三十六為共人數再乘得
 二百一十六為每人之銀數以三十六

人乘之得七千七百七十六兩為共銀
數自乘得六千零四十六萬六千一百

七十六兩以合原數也

此開九
乘法



御製數理精蘊下編卷三十六